MINISTERE DE L’AGRICULTURE ET DE LA PECHE

DIRECTION GENERALE DE L’ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE

SOUS-DIRECTION DE LA POLITIQUE DES FORMATIONS DE L’ENSEIGNEMENT GENERAL, TECHNOLOGIQUE ET PROFESSIONNEL
Bureau des Enseignements Technologiques et Professionnels
1 ter, Avenue de Lowendal
75700 PARIS 07 SP

tél. : 01 49.55.52.20
fax : 01 49 55 56 17

NOTE DE SERVICE

DGER/POFEGTP/N98/N°2119

DATE : 2 DECEMBRE 1998

CLASSEMENT :

LE MINISTRE DE L'AGRICULTURE ET DE LA PÊCHE

à

Messieurs les Directeurs Régionaux de l'Agriculture et de la Forêt

OBJET : Information du B.O.E.N sur les formulaires de mathématiques autorisés aux épreuves de la série S du baccalauréat général

DATE DE MISE EN APPLICATION : Immédiate

PLAN DE DIFFUSION :

Administration centrale - Diffusion B
Directions Régionales de l'Agriculture et de la Forêt
Directions de l'Agriculture et de la Forêt des D.O.M.
Hauts commissariats de la République des T.O.M.
Inspection Générale de l'Agriculture
Conseil Général de l'Agronomie
Coordination des Inspections de l'Enseignement Agricole
Etablissements Publics Nationaux et Locaux d'Enseignement Agricole
Unions Nationales Fédératives d'Etablissements Privés

POUR INFORMATION :

Organisations Syndicales de l'Enseignement Agricole Public
Fédérations d'Associations de Parents d'Elèves de l'Enseignement Agricole Public

La présente note de service a pour objet de diffuser la liste des formulaires de mathématiques autorisés aux épreuves de la série S du baccalauréat général.

Tout établissement ayant une formation baccalauréat général série scientifique (S) doit se procurer le BOEN N°42 du 12 novembre 1998 : il contient la note de service N°98-217 du 4 novembre 1998 par laquelle le ministère de l'éducation nationale précise les conditions d'application des formulaires de mathématiques autorisés aux épreuves de la série S du baccalauréat général. Cette note de service est également disponible sur le site internet du ministère de l'éducation nationale :

www.education.gouv.fr/bo/1998/42/ensel.htm

Je vous rappelle qu'il appartient aux établissements concernés de s'abonner au bulletin de l'éducation nationale (BOEN).

Le sous-directeur

Edgar LEBLANC

BACCALAURÉAT, SÉRIE S
ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE ET ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. COMBINATOIRE - DÉNOMBREMENTS

Soit E un ensemble de n éléments

Nombre de sous-ensembles de p éléments de E :

$$C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n(n-1) \cdots (n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

où $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$; $0! = 1$

$$C_n^p = C_n^{n-p} \ ; \quad C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$; $P(\Omega) = 1$; $P(\varnothing) = 0$

Si $A_1, \cdots, A_n$ forment une partition de A, $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Card } A}{\text{Card } \Omega}$

Probabilité conditionnelle de A sachant que B est réalisé

$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$; $P(A|B)$ se note aussi $P_B(A)$

Cas où A et B sont indépendants : $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Variable aléatoire

Fonction de répartition : $F(x) = P(X \leqslant x)$

Espérance mathématique : $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

Variance : $V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i \left(x_i - E(X)\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2 - \left(E(X)\right)^2$

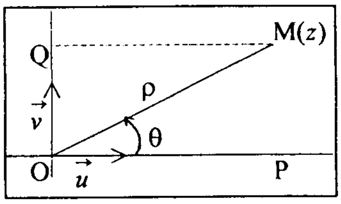
Ecart type $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

III. ALGÈBRE

A. *NOMBRES COMPLEXES*

Forme algébrique : $z = x + i\,y$

Forme trigonométrique : $z = \rho(\cos\theta + i \sin\theta) = \rho e^{i\theta}$, $\rho > 0$



$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{u} + y\,\vec{v}$

$\overline{OP} = x = \Re e(z) = \rho \cos\theta$

$\overline{OQ} = y = \Im m(z) = \rho \sin\theta$

$OM = \rho = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Opérations algébriques

$$z + z' = (x + iy) + (x' + iy') = (x + x') + i(y + y')$$
$$zz' = (x + iy)(x' + iy') = (xx' - yy') + i(xy' + x'y)$$

Conjugué

$z = x + iy = \rho e^{i\theta}$; $\bar{z} = x - iy = \rho e^{-i\theta}$

$x = \dfrac{1}{2}(z + \bar{z})$; $y = \dfrac{1}{2i}(z - \bar{z})$

$\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$; $\overline{zz'} = \bar{z}\,\bar{z}'$

$z\bar{z} = x^2 + y^2 = |z|^2$

$$\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z\bar{z}} = \frac{x}{x^2 + y^2} + i\frac{-y}{x^2 + y^2} = \frac{1}{\rho} e^{-i\theta}$$

Module et argument d'un produit, d'un quotient

$$zz' = \left(\rho e^{i\theta}\right)\left(\rho' e^{i\theta'}\right) = \rho\rho' e^{i(\theta + \theta')}$$

$$|zz'| = |z||z'|$$

$$\frac{z}{z'} = \frac{\rho e^{i\theta}}{\rho' e^{i\theta'}} = \frac{\rho}{\rho'} e^{i(\theta - \theta')}$$

$$\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$$

$$z^n = \left(\rho e^{i\theta}\right)^n = \rho^n e^{in\theta}, \ n \in \mathbb{Z}$$

Inégalité triangulaire

$$\big||z| - |z'|\big| \leqslant |z + z'| \leqslant |z| + |z'|$$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

(valables sur $\mathbb{C}$ et donc sur $\mathbb{R}$)

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \cdots + C_n^k a^{n-k} b^k + \cdots + b^n$

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; $a^2 + b^2 = (a + ib)(a - ib)$

C. *DÉRIVÉES ET PRIMITIVES* (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty,+\infty[$
x	1	$]-\infty,+\infty[$
$x^n,\ n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty,+\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\frac{1}{x^n},\ n \in \mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
$x^\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0,+\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty,+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty,+\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty,+\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1}u'$

D. *CALCUL INTÉGRAL*

Formules fondamentales

Si F est une primitive de f, alors $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$

Si $g(x) = \int_a^x f(t)dt$, alors $g'(x) = f(x)$

$f(x) - f(a) = \int_a^x f'(t)dt$

Formule de Chasles

$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$

$\int_b^a f(t)dt = -\int_a^b f(t)dt$

Linéarité

$\int_a^b (\alpha f(t) + \beta g(t))dt = \alpha \int_a^b f(t)dt + \beta \int_a^b g(t)dt$

Positivité

Si $a \leqslant b$ et $f \geqslant 0$, alors $\int_a^b f(t)dt \geqslant 0$.

Intégration d'une inégalité

Si $a \leqslant b$ et $f \leqslant g$, alors $\int_a^b f(t)dt \leqslant \int_a^b g(t)dt$

Si $a \leqslant b$ et $m \leqslant f \leqslant M$,

alors $m(b-a) \leqslant \int_a^b f(t)dt \leqslant M(b-a)$

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$: $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$

Intégration par parties

$\int_a^b u(t)v'(t)dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t)dt$

E. *ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES*

Équations	Solutions sur $]-\infty, +\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{ax}$
$y'' + \omega^2 y = 0$	$f(x) = A\cos \omega x + B \sin \omega x$

IV. ANALYSE

A. PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES

1. Fonctions logarithme et exponentielle

$ln\, x = \int_1^x \frac{dt}{t}$ $(x > 0)$

$ln\, 1 = 0$

$ln\, e = 1$

$ln\, ab = ln\, a + ln\, b$

$ln \frac{a}{b} = ln\, a - ln\, b$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = exp\, x = e^x$ équivaut à $x = ln\, y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$

$a^x = e^{x\, ln\, a}$ $(a > 0)$

$log\, x = \frac{ln\, x}{ln\, 10}$

$\left(e^a\right)^b = e^{ab}$

$ln\, a^x = x\, ln\, a$

2. Fonctions puissances

$x^\alpha = e^{\alpha\, ln\, x}$ $(x > 0)$

$x^0 = 1$

$x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$

$x^{\alpha-\beta} = \frac{x^\alpha}{x^\beta}$

$\left(x^\alpha\right)^\beta = x^{\alpha\beta}$

Si $n \in \mathbb{N}^*$, $x \in [0, +\infty[$ et $y \in [0, +\infty[$,

$y = \sqrt[n]{x}$ équivaut à $x = y^n$

B. LIMITES USUELLES DE FONCTIONS ET DE SUITES

1. Fonctions

Comportement à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} ln\, x = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} x^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim_{x \to +\infty} x^\alpha = 0$

Croissances comparées à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} x e^x = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{ln\, x}{x} = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} x^\alpha e^{-x} = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} \frac{ln\, x}{x^\alpha} = 0$

Comportement à l'origine

$\lim_{x \to 0} ln\, x = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to 0} x^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim_{x \to 0} x^\alpha = +\infty$

Comportement à l'origine de $ln(1 + x)$, e^x, $sin\, x$, $(1+x)^\alpha$

$\lim_{h \to 0} \frac{ln(1+h)}{h} = 1$

$\lim_{h \to 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$

$\lim_{h \to 0} \frac{sin\, h}{h} = 1$

$\begin{cases} (1+h)^\alpha = 1 + \alpha h + h\varepsilon(h) \\ \lim_{h \to 0} \varepsilon(h) = 0 \end{cases}$ $(\alpha \neq 0)$

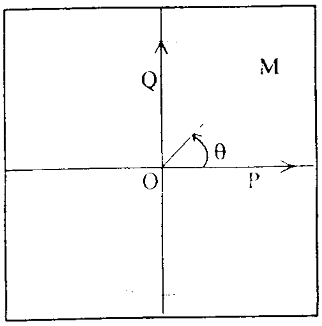
2. Suites

Si $\alpha > 0$, $\lim_{n \to +\infty} n^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim_{n \to +\infty} n^\alpha = 0$

Si $a > 1$, $\lim_{n \to +\infty} a^n = +\infty$; si $0 < a < 1$, $\lim_{n \to +\infty} a^n = 0$

Si $\alpha > 0$ et $a > 1$, $\lim_{n \to +\infty} \frac{a^n}{n^\alpha} = +\infty$

C. TRIGONOMÉTRIE



$\overline{OP} = \cos\theta$

$\overline{OQ} = \sin\theta$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}, \quad \theta \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

Formules d'Euler

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right) \quad ; \quad \sin\theta = \frac{1}{2i}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)$$

Formules d'addition

$$e^{i(a+b)} = e^{ia}e^{ib}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}; \quad \tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos^2 a = \frac{1}{2}(1 + \cos 2a) \; ; \; \sin^2 a = \frac{1}{2}(1 - \cos 2a)$$

Valeurs remarquables

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0

Formules de Moivre et applications

Pour tout entier naturel non nul n, $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$

soit encore $\quad (\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$

D. ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ

Soient a, b, c des nombres réels, $a \neq 0$, et $\Delta = b^2 - 4ac$.

L'équation $az^2 + bz + c = 0$ admet :

- si $\Delta > 0$, deux solutions réelles

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, une solution réelle double

$$z_1 = z_2 = -\frac{b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, deux solutions complexes conjuguées

$$z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

Dans tous les cas : $az^2 + bz + c = a(z - z_1)(z - z_2)$.

$z_1 + z_2 = -\dfrac{b}{a}, \quad z_1 z_2 = \dfrac{c}{a}$

E. SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES

(formules valables sur $\mathbb{C}$ et donc sur $\mathbb{R}$)

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $\quad u_{n+1} = u_n + a$; $\quad u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $\quad u_{n+1} = bu_n$; $\quad u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $\quad S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $\quad S_n = n + 1$